

ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẶNG

A. LÝ THUYẾT:

CHỦ ĐỀ 1

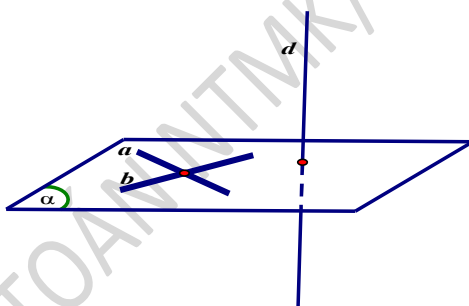
CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẶNG CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

➤ Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Một đường thẳng d được gọi là vuông góc với một mặt phẳng (α) nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) . Kí hiệu: $d \perp (\alpha)$

➤ Định lý (Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng)

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong $mp(\alpha)$ thì d vuông góc với $mp(\alpha)$.



❖ Dựa vào định nghĩa và định lý ở trên thì ta có 2 dạng bài tập:

1/ Chứng minh d vuông góc với $mp(\alpha)$:

Phương pháp: Chứng minh d vuông góc với hai đt cắt nhau chứa trong (α)

2/ Chứng minh hai đường thẳng vuông góc nhau:

Phương pháp: Chứng minh đường thẳng này vuông góc với một mặt phẳng chứa đường thẳng kia.

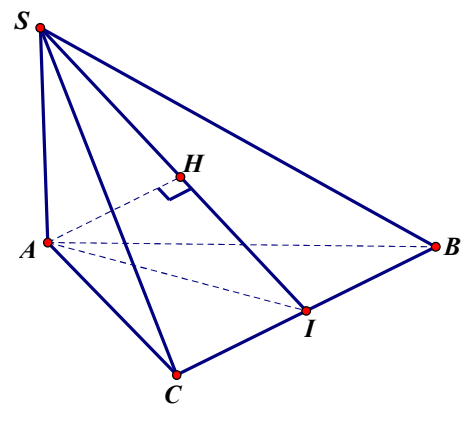
(Có thể áp dụng 2 phương pháp tìm góc giữa hai đường thẳng ở bài: GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG)

Ví dụ:

Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của A lên SI .

a) Chứng minh: $BC \perp (SAI)$

b) Chứng minh: $AH \perp SB$.

Giải:

a) Ta có:

$$BC \perp AI \quad (\Delta ABC \text{ đều có } I \text{ là trung điểm } BC) \quad (1)$$

$$BC \perp SA \quad (\text{do } SA \perp (ABC) \text{ và áp dụng định nghĩa}) \quad (2)$$

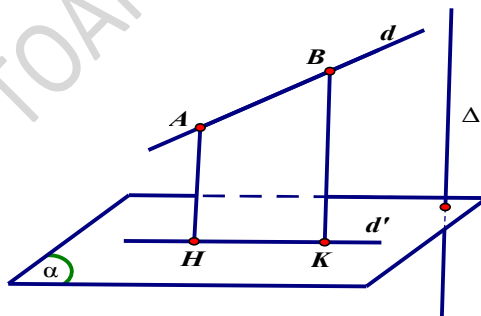
Từ (1), (2) suy ra $BC \perp (SAI)$.

b)

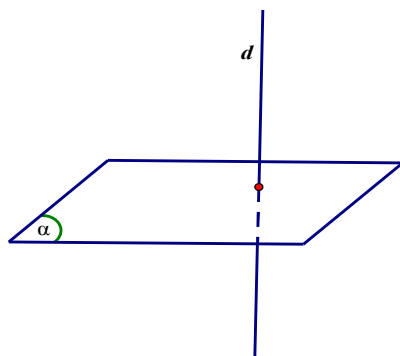
$$\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BC \quad (BC \perp (SAI), AH \subset (SAI)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AH \perp (SBC)$$

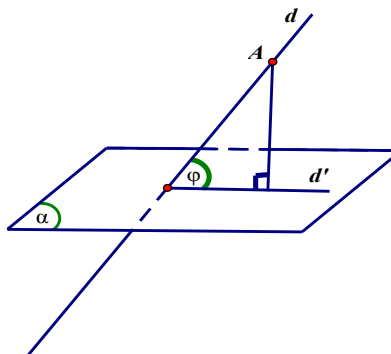
$$\Rightarrow AH \perp SB.$$

➤ Các tính chất: (SGK)➤ Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng: (SGK)**CHỦ ĐỀ 2****GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG**➤ Phép chiếu vuông góc:Phép chiếu song song lên mp(α) theo phương Δ vuông góc với (α) gọi là **phép chiếu vuông góc lên mp(α)**.➤ Định lý ba đường vuông góc: (SGK)➤ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:**Định nghĩa:**

- Nếu đường thẳng d vuông góc với mp(α) thì ta nói rằng **góc giữa đt d và mp(α) bằng 90°** .
- Nếu đường thẳng d không vuông góc với mp(α) thì **góc giữa d và hình chiếu d' của nó trên (α) gọi là góc giữa đt d và mp(α)**.



$$\widehat{(d, (\alpha))} = 90^\circ$$



$$\widehat{(d, (\alpha))} = \widehat{(d, d')}$$

Chú ý: $0^\circ \leq \widehat{(d, (\alpha))} \leq 90^\circ$.

Dựa vào định nghĩa trên, ta có dạng bài tập sau đây:

Tìm góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) :

Phương pháp:

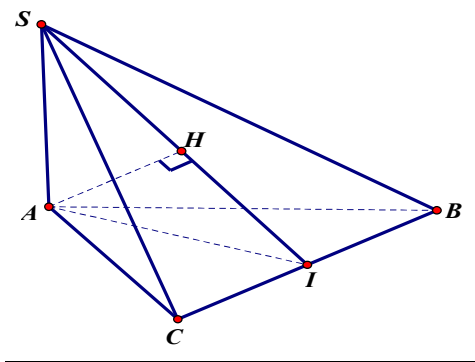
- Tìm hình chiếu vuông góc d' của d trên (α) .
- Khi đó: $\widehat{(d, (\alpha))} = \widehat{(d, d')}$

Ví dụ:

Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của A lên SI .

- Tính góc giữa SB và (ABC)
- Tính góc giữa SA và (SBC) .

Giải:



a)

- $SA \perp (ABC)$ tại A

$\Rightarrow A$ là hcvg của S lên (ABC)

$\Rightarrow AB$ là hcvg của SB lên (ABC)

$$\Rightarrow \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA}.$$

(vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \widehat{SBA} < 90^\circ$)

$$\bullet \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$$

$$\text{Vậy: } \widehat{(SB, (ABC))} = 60^\circ.$$

b)

- Ta có: $AH \perp (SBC)$ tại $H \Rightarrow H$ là hcvg của A lên $(SBC) \Rightarrow SH$ là hcvg của SA lên (SBC)

$$\Rightarrow (\widehat{SA, (SBC)}) = (\widehat{SA, SH}) = \widehat{ASH} = \widehat{ASI} \quad (\text{vì } SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AI \Rightarrow \widehat{ASI} < 90^\circ)$$

$$\bullet \quad \tan \widehat{ASI} = \frac{IA}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy: } (\widehat{SA, (SBC)}) = \arctan \frac{1}{2}.$$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN:

- ✓ Tóm lại trong bài này ta có 3 dạng bài tập:

1/ Chứng minh d vuông góc với mp(α):

Phương pháp: Chứng minh d vuông góc với hai đt cắt nhau chứa trong (α) .

2/ Chứng minh hai đường thẳng vuông góc nhau:

Phương pháp: Chứng minh đường thẳng này vuông góc với một mặt phẳng chứa đường thẳng kia.

(Có thể áp dụng 2 phương pháp tìm góc giữa hai đường thẳng ở bài: GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG)

3/ Tìm góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) :

Phương pháp:

- ✓ Tìm hình chiếu vuông góc d' của d trên (α) .

- ✓ Khi đó: $(\widehat{d, (\alpha)}) = (\widehat{d, d'})$

- ✓ Các em làm vào vở Bài tập Hình học các bài tập sau đây trong Đề cương Toán 11 Minh Khai:

1/ Bài 3.6 (trang 3)

2/ Bài 3.7 (trang 3)

(Gợi ý: Trước khi làm câu b, cần chứng minh: $CD \perp ON$, $ON \perp (SCD)$, $AC \perp SD$)

3/ Bài 3.20 (trang 5).

Các em có vấn đề gì thắc mắc thì hỏi thêm giáo viên môn Toán của lớp mình nhé!